# Анализ напряженно деформируемого состояния центробежно-объемно-армированного вооружения

***Д. Ю. СЕРИКОВ*** *– к.т.н., доцент, РГУ нефти и газа (НИУ) имени И. М. Губкина, e-mail: serrico@rambler.ru*
***Р. Ф. ГАФФАНОВ*** *– к.т.н., ООО «Инженерно-расчетная компания «Проект», e-mail: marat-rust@yandex.ru*

**В статье проведен анализ напряженно-деформируемого состояния центробежно-объемно-армированного вооружения шарошечного бурового инструмента. Выявлены основные нагрузочные факторы, действующие на вооружение и направления их воздействия. Установлено, что работа инструмента сопровождается неравномерным распределением нагрузки между двумя соседними зубьями вооружения, одновременно работающими на забое. Напряженно деформируемое состояние зубьев вооружения характеризуется ярко выраженной зависимостью: максимальные напряжения возникают в привершинной зоне со стороны противоположной углу наклона зуба к поверхности забоя, с последующим плавным уменьшением к основанию зуба.**

При проектировании геометрии зубчатого вооружения шарошечного бурового инструмента необходимо знать величины и направления воздействия на него максимально возможных нагрузок, возникающих при работе инструмента в штатных условиях бурения. Рассмотрим на примере центробежно-объемно-армированного зубчатого вооружения работу ведущего венца или венцов вооружения шарошек, работающих без скольжения по забою.

Как известно, упрочнение стального зубчатого вооружения шарошек методом центробежного объемного армирования твердым сплавом способствует значительному повышению износостойкости вооружения и эффективности использования породоразрушающего бурового инструмента. Однако, опыт эксплуатации и многочисленные исследования показали, что при длительной эксплуатации в условиях действия значительных знакопеременных динамических нагрузок (с энергией удара более 15–20 Дж) вооружение бурового инструмента быстро изнашивается. В связи с этим, важным моментом при проектировании данного вида вооружения является расчет геометрических характеристик зубьев на основе допускаемых напряжений при изгибе, с учетом физико-механических характеристик, как стального вооружения, так и армирующего материала.

Расчет геометрии центробежно-объемно-армированного зубчатого вооружения с учетом его физико-механических характеристик необходимо проводить, исходя из эксплуатационных параметров бурения шарошечного бурового инструмента (осевая нагрузка на долото, частота вращения долота и т.д.).

С целью решения этой задачи определим максимальные изгибающие усилия, действующие на зубчатые элементы центробежно-объемно-армированного вооружения ведущих венцов шарошечного бурового инструмента в процессе работы на забое.

Проведем анализ сил, действующих на зубчатые элементы вооружения, в момент, когда шарошка бурового долота опирается на забой двумя смежными зубьями. В этом случае сила реакции забоя для набегающего зубчатого элемента будет равна сумме статической и динамической составляющей (рис. 1).

Величина силы реакции забоя для набегающего зубчатого элемента определяется по следующей формуле:

$$R = \frac{N}{2} + P_D; \quad (1)$$

где:
$N$ – реакция забоя, Н;
$P_D$ – сила ударного взаимодействия зубчатого элемента с забоем, Н.

Учитывая тот факт, что [1;4]:

$$N = (0,1 \div 0,3)Q; \quad (2)$$

где:
$Q$ – осевая нагрузка на долото, Н.

Сила ударного взаимодействия зубчатого элемента с забоем определяется по следующей формуле:

$$P_D = \frac{N}{2g}\omega_0; \quad (3)$$

где:
$\omega_0$ – угловая скорость венца, рад/с.
$g$ – ускорение силы тяжести, 9,81 м/сек$^2$.

$$\omega_0 = \frac{\pi^2 R_{III} n_{III}^2}{900}\cos\gamma; \quad (4)$$

где:
$R_{III}$ – радиус венца шарошки, м;
$n_{III}$ – число оборотов вращения шарошки в мин.;
$\gamma$ – угол наклона оси шарошки к горизонту, град.;

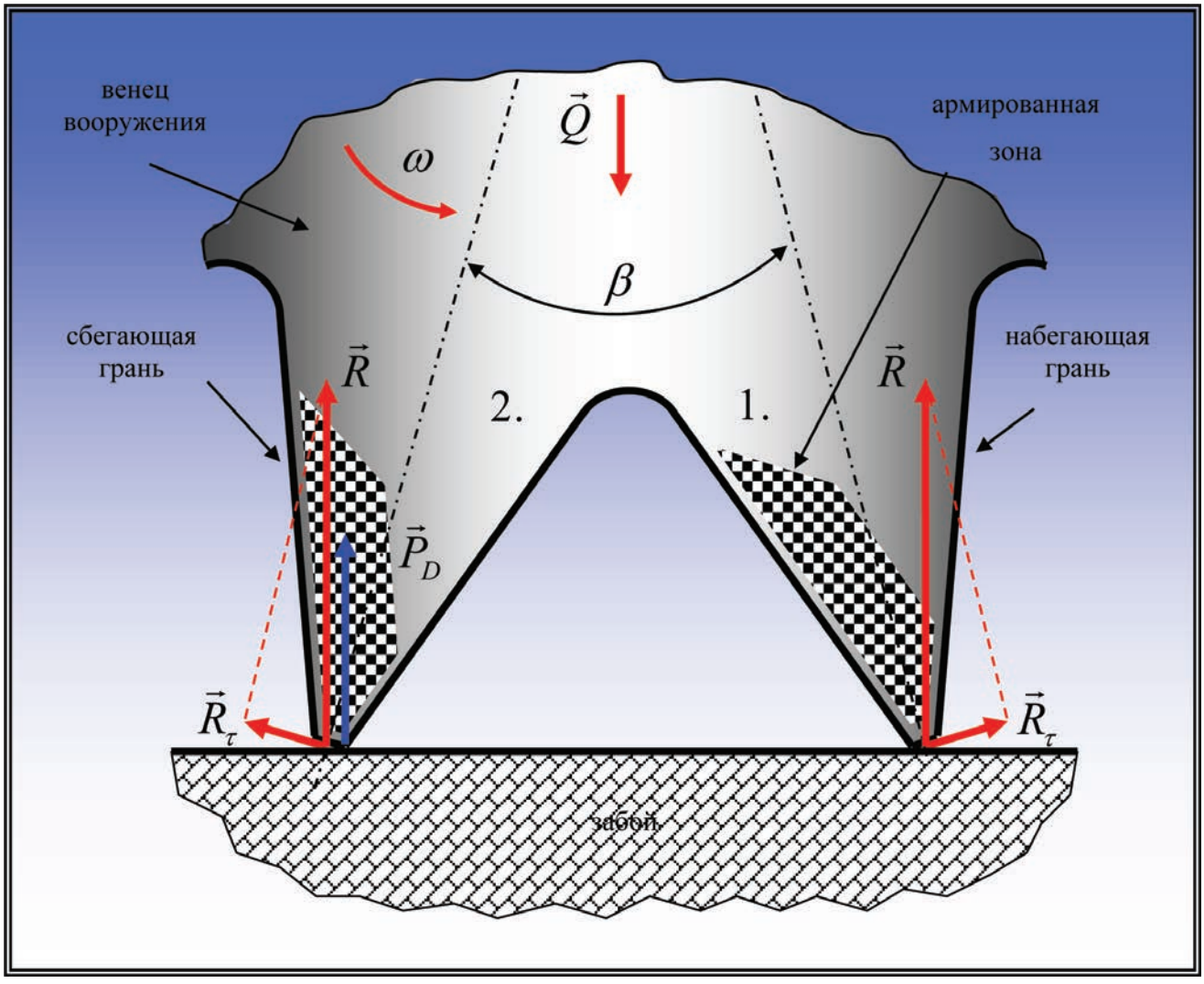


***Рис. 1. Принципиальная схема сил, действующих на вооружение ведущего венца шарошечного бурового инструмента в процессе бурения***

Тогда уравнение запишется как:

$$P_D = \frac{\pi^2 N R_{III} n_{III}^2 \cos\gamma}{1800g}; \quad (5)$$

Общее усилие на зубчатый элемент определится как:

$$R = \frac{N}{2}\left[1 + \frac{\pi^2 R_{III} n_{III}^2 \cos\gamma}{1800g}\right]; \quad (6)$$

Тогда изгибающая составляющая общего усилия будет равна:

$$R_\tau = \frac{N}{2}\left[1 + \frac{\pi^2 R_{III} n_{III}^2 \cos\gamma}{1800g}\right]\sin\frac{\beta}{2}; \quad (7)$$

Таким образом, определив максимальную изгибающую нагрузку, действующую на зубчатый элемент вооружения ведущего венца бурового инструмента, можно переходить непосредственно к осуществлению расчетов вооружения на прочность.

Важным этапом при проектировании бурового инструмента со стальным армированным зубчатым вооружением является расчет его геометрических параметров с точки зрения различных прочностных показателей. Одним из них является анализ статической прочности стального армированного вооружения.

На сегодняшний день существует несколько методик позволяющих оценивать прочность данного типа вооружения, однако ни одна из них не позволяет в полной мере учитывать множество конструкторско-технологических параметров, таких как: разнородность физико-механических свойств (анизотропию) материалов, сложную геометрию вооружения и так далее.

Наиболее удобной процедурой расчета центробежно-объемно-армированного вооружения бурового инструмента, изготовленного из различных материалов при малых деформациях, является метод конечных элементов (МКЭ). Конечно-элементная модель центробежно-объемно-армированного зуба представлена на рис. 2.

Конечно-элементная реализация расчета позволяет снять целый ряд ограничений при моделировании конструкций, таких как: сложная геометрия деталей; материалы деталей; технологические параметры процессов бурения. Решение методом конечных элементов позволяет: рассчитать параметры напряженно-деформированного состояния деталей, оптимизировать конструкцию с целью повышения нагрузочной способности и улучшения напряженно-деформированного состояния.

>>>

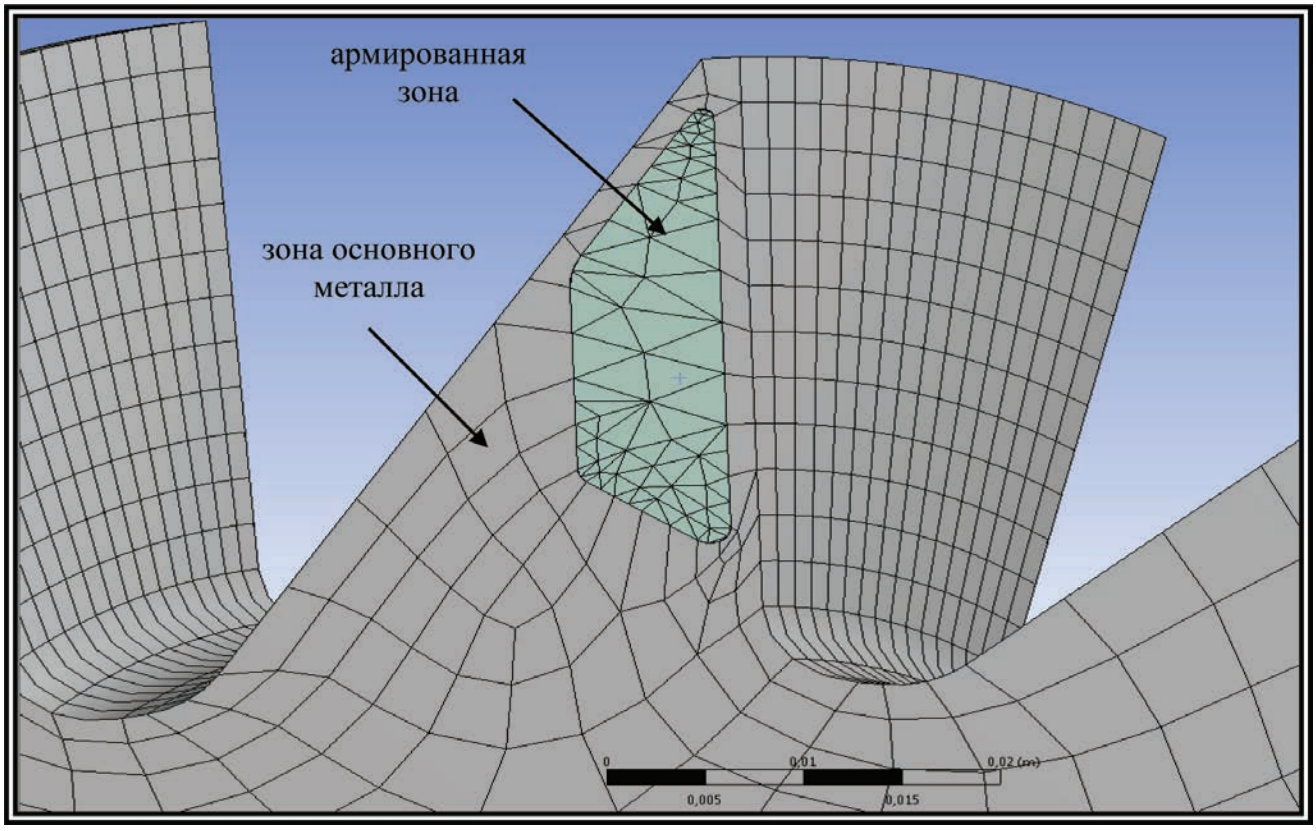


***Рис. 2. Конечно-элементная модель центробежно-объемно-армированного зубчатого вооружения***

Решение задачи прочностного анализа с применением МКЭ состоит из следующих основных этапов [2;3]: идентификация задачи и выбор пути решения; создание геометрии модели пригодной для МКЭ; разбиение модели на сетку конечных элементов; приложение к модели граничных условий; численное решение системы уравнений; анализ результатов.

В соответствии с перечисленными этапами, опишем применение МКЭ.

Для получения значений в узлах необходимо решить систему линейных уравнений вида:

$$[K]*\{x_n\}=\{F\}; \tag{8}$$

где $K$ – глобальная матрица жесткости, определяющаяся из суммы локальных матриц.

Матрица жесткости — это геометрические характеристики элемента, его координаты в совокупности с физико-механическими свойствами элемента (в зависимости от типа решаемой задачи).

$$\begin{bmatrix} k_{11}.....k_{1n} \\ ..... \\ k_{n1}.....k_{nn} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} x_1 \\ .... \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ .... \\ F_n \end{Bmatrix}; \tag{9}$$

Матрица жесткости всей детали определяется суммой подматриц элементов:

$$[K]=\sum_{e=1}^{n}[K]^e; \tag{10}$$

с учетом того, что матрица жесткости отдельного элемента:

$$[K]^e=\int_{V^e}[B]^T[D][B]dV; \tag{11}$$

где символ $e$ идентифицирует матрицы элементов.

$\begin{Bmatrix} x_1 \\ .... \\ x_n \end{Bmatrix}$ – значения в узлах,

$\begin{Bmatrix} F_1 \\ .... \\ F_n \end{Bmatrix}$ – вектор узловых сил, граничные условия действующие на модель (давление, сила, температура, закрепление).

Матрица $[B]$ – матрица формы, характеризующая положение координат узлов элемента в пространстве, которая состоит из матрицы формы $[N]$.

В зависимости от типа конечного элемента, записываются функции формы элемента $N_i'$, $N_j'$,… [2]. Например, для треугольного элемента, узлов, а соответственно и функций формы будет 3. Формула (12) иллюстрирует определение $N_i'$:

$$N_i'=\frac{a_i+b_ir+c_iz}{2\Delta}; \tag{12}$$

где:

$\Delta$ – площадь элемента (треугольника) с размерами сторон $a_i, b_i, c_i$.

Функции формы выбираются таким образом, чтобы при подстановке координат узлов получались соответствующие узловые перемещения.

Матрица элемента $[B]$ состоит из подматриц узлов, каждая из которых получается путем циклической перестановки элементов матрицы для одного из узлов.

Вид матрицы формы узла определяется типом конечного элемента и соответствующими функциями координат узловых точек [3]:

$$[B_i]=\begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial N_i'}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i'}{\partial r} & 0 \\ \frac{1}{r}N_i' & 0 \\ \frac{\partial N_i'}{\partial z} & \frac{\partial N_i'}{\partial r} \end{bmatrix}; \quad (13)$$

В соответствии с теорией МКЭ перемещения любой точки внутри конечного элемента определяются соотношением:

$$\{x\}=[N]\{\delta\}^e=\left[N_i,N_j,N_m,...\right]\begin{Bmatrix}\delta_i\\ \delta_j\\ \delta_m\\ ....\end{Bmatrix}; \quad (14)$$

где: компоненты $[N']$ являются функциями положения, $[I]$ – единичная матрица Якобиан, $\{\delta\}^e$ – представляют перемещения узловых точек рассматриваемого элемента.

Число узлов элемента, как указывалось выше, зависит от формы элемента и его типа:

$$\{\delta\}^e=\begin{Bmatrix}\delta_i\\ \delta_j\\ \delta_k\end{Bmatrix}; \quad (15)$$

В случае пластического деформирования деталей (промежуточные значения интенсивности напряжений $\sigma_i$ и деформаций $\varepsilon_i$ выходят за предел упругости) выполняется уточнение коэффициентов физико-механических характеристик материалов деталей (составляющие матрицы жесткости коэффициенты Пуассона $\mu_i$) по действительной диаграмме растяжения.

Если известны перемещения во всех точках элемента, то деформации в деталях определяются [2]:

$$\{\varepsilon\}=\begin{Bmatrix}\varepsilon_z\\ \varepsilon_r\\ \varepsilon_\theta\\ \gamma_{rz}\end{Bmatrix}=[B]\{\delta\}^e; \quad (16)$$

В случае, когда функции формы линейные, деформации будут постоянны по всему элементу.

Напряжения, в соответствии с законом Гука и возможным начальным напряженным состоянием, определяются:

$$\{\sigma\}=\begin{Bmatrix}\sigma_z\\ \sigma_r\\ \sigma_\theta\\ \tau_{rz}\end{Bmatrix}=[D]\left(\{\varepsilon\}-\{\varepsilon_0\}\right)+\{\sigma_0\}; \quad (17)$$

где:

$[D]$ – матрица упругости, содержащая характеристики материала;

$\{\varepsilon\}$ и $\{\varepsilon_0\}$ – полученная и начальная деформации соответственно;

$\{\sigma\}$ и $\{\sigma_0\}$ – напряжения.

Матрица упругости $[D]$ изотропного материала для задачи записывается в виде [2]:

Полагая, что у изотропного материала $E_1=E_2=E$ (или $n=1$), $\mu_1=\mu_2=\mu$ и зависимость между упругими постоянными равна:

$$\frac{G_2}{E_2}=\frac{G}{E}=m=\frac{1}{2(1+\mu)}; \quad (18)$$

$$[D]=\frac{E_i(1-\mu_i)}{(1+\mu_i)(1-2\mu_i)}\begin{vmatrix} 1 & \frac{\mu_i}{(1-\mu_i)} & \frac{\mu_i}{(1-\mu_i)} & 0 \\ \frac{\mu_i}{(1-\mu_i)} & 1 & \frac{\mu_i}{(1-\mu_i)} & 0 \\ \frac{\mu_i}{(1-\mu_i)} & \frac{\mu_i}{(1-\mu_i)} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu_i}{2(1-\mu_i)} \end{vmatrix}; \quad (19)$$

где:

$\mu_i$ и $E_i$ – значения переменных параметров упругости (коэффициент Пуассона и модуль упругости) для $i$ -й итерации в решении задач с упруго-пластическими деформациями [2].

При необходимости расчета тел со свойствами ортотропии или анизотропии, матрица $[D]$ принимает вид, с учетом расположения плоскостей изотропных слоев.

В случае с анизотропными материалами, матрица упругости $[D]$ получается аналогично, с учетом расположения плоскостей изотропных слоев. Если ось $Z$ направлена нормально к плоскостям слоев, то без учета начальных деформаций и в соответствии с обозначениями $\frac{E_1}{E_2}=n$ и $\frac{G_2}{E_2}=m$ получим, что матрица упругости равна:

$$[D]=\frac{E_2}{(1+\mu_1)(1-\mu_1-2n\mu_2^2)}\begin{vmatrix} 1-\mu_1^2 & n\mu_2(1+\mu_1) & n\mu_2(1+\mu_1) & 0 \\ n\mu_2(1+\mu_1) & n(1-n\mu_2^2) & n(\mu_1-n\mu_2^2) & 0 \\ n\mu_2(1+\mu_1) & n\mu_2(1+\mu_1) & n(1-n\mu_2^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m(1+\mu_1)(1-\mu_1-2n\mu_2^2) \end{vmatrix}; \quad (20)$$

Результаты решения позволяют описать характер распределения напряженно-деформированного состояния.

Распределенные нагрузки и напряжения, возникающие на границе элемента, статически эквивалентны узловым силам элемента

$$\{F\}^e=\left\{F_i,F_j,F_m,...\right\}^T; \quad (21)$$

где каждая из сил $\{F_i\}$ имеет столько же компонент, сколько и соответствующее узловое перемещение $\{\delta_i\}$.

>>>

Распределенные нагрузки $\{P\}$ определяются как нагрузки, приходящиеся на единицу объема материала элемента и действующие в направлениях, соответствующих направлениям перемещений $\{x\}$ в этой точке [5].

Граничным условием при решении задачи, являются силы, действующие на зуб со стороны поверхности забоя, определяемые по формуле (7).

Рассмотрим наиболее распространенный вид нагружения зубьев не проскальзывающего вооружения шарошек, т.е. когда два смежных зуба опираются на забой под одинаковыми углами наклона (рис.1).

В данном случае, общая нагрузка на данный венец шарошки бурового долота $\vec{Q}$ распределяется поровну между двумя соседними зубьями на величины $\vec{R}$. В свою очередь силы $\vec{R}$, ввиду наклона зубьев к поверхности забоя на угол

$90^0 - \frac{\beta}{2}$ имеют тангенциальные составляющие $\vec{R}_\tau$.

Рассмотрим напряжения, возникающие в зубьях центробежно-объемно-армированного вооружения вследствие воздействия на них данной нагрузки. Результаты расчетов представлены на рис. 3 и сведены в графическом формате на рис. 4.

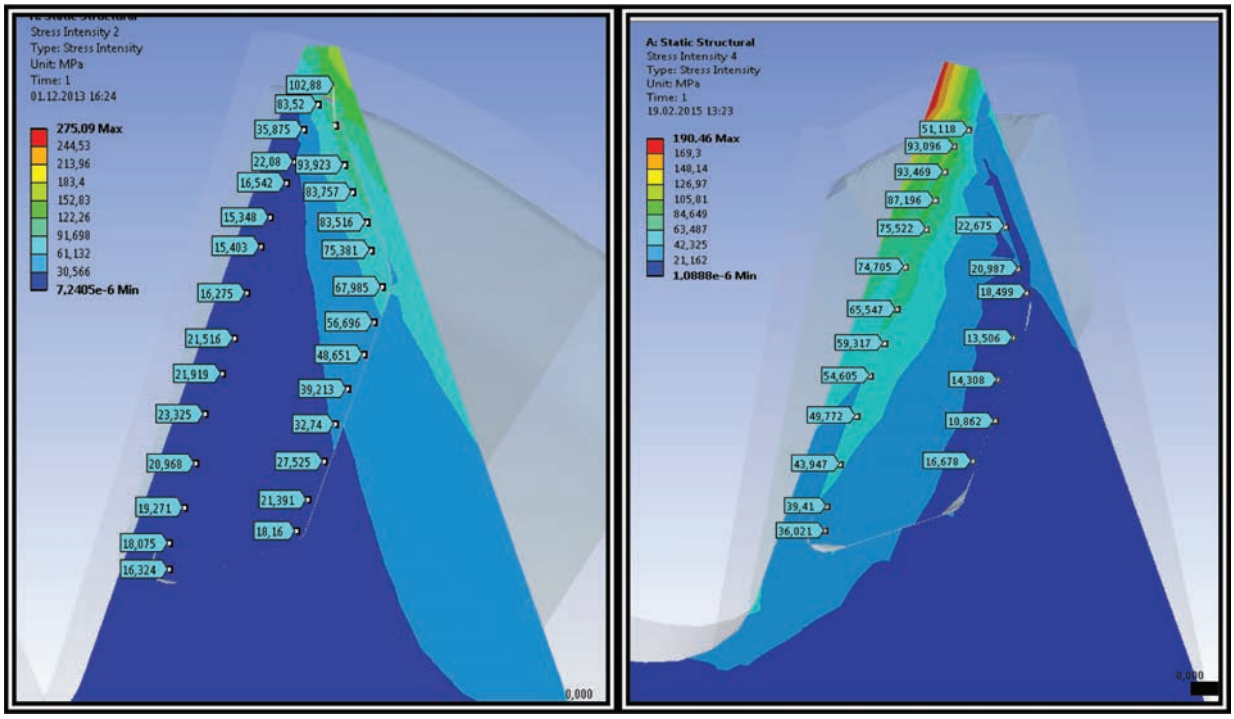


*Рис. 3. Распределение напряжений по периметру зоны армирования: 1 – первого зуба, 2 – второго зуба*

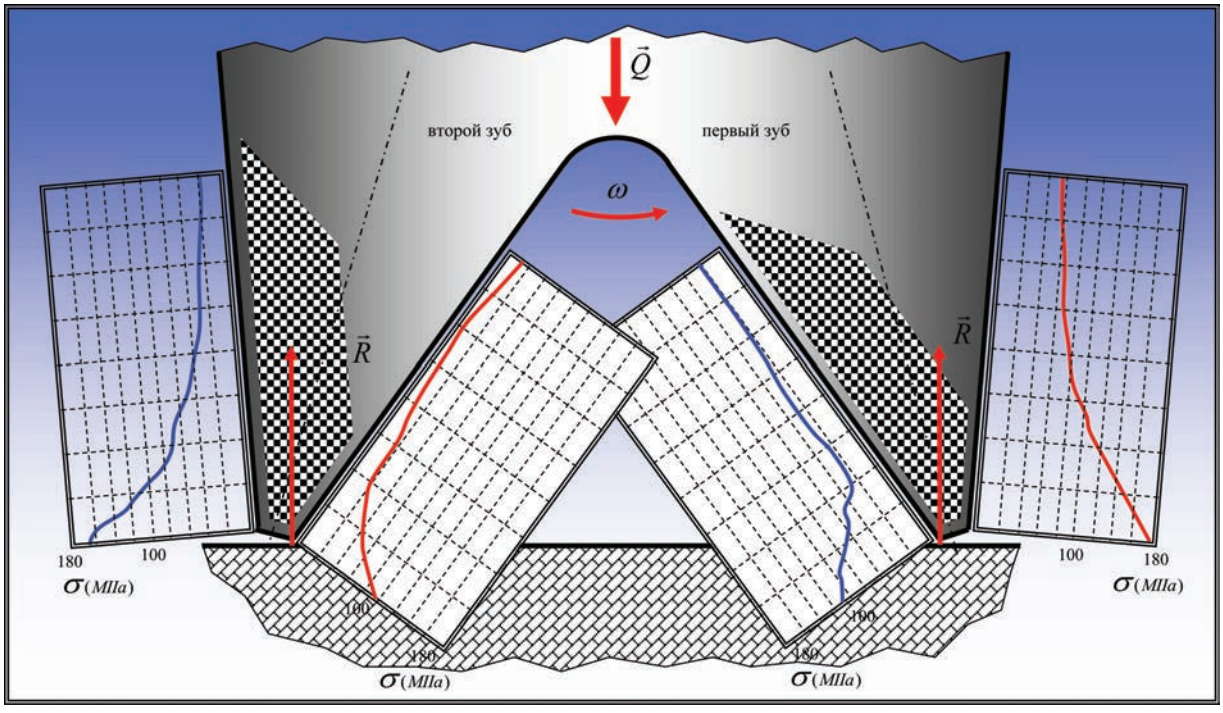


*Рис. 4. Зависимости распределения напряжений по высоте зуба*

Анализ полученных результатов свидетельсьвует о том, что напряженно деформируемое состояние первого и второго зубьев вооружения имеют лишь одно существенное отличие. Если в первом зубе, максимальные напряжения возникают в при вершинной зоне со стороны слабо армированной набегающей грани, то во втором, напряжения достигают своих максимальных значений со стороны сильно армированной сбегающей грани.

При этом максимальные напряжения в первом зубе несколько выше, чем во втором. Та же закономерность наблюдается и в отношении армированной зоны и в меньшей степени для центральной линии зуба.

Таким образом, на основе проведенных исследований было установлено, что работа центробежно-объемно-армированного вооружения сопровождается неравномерным распределением нагрузки между двумя соседними зубьями вооружения, одновременно работающими на забое. При этом напряженно деформируемое состояние для обоих зубьев центробежно-объемно-армированного вооружения характеризуется ярко выраженной зеркальной зависимостью, заключающейся в том, что максимальные напряжения возникают в при вершинной зоне со стороны противоположной углу наклона зуба к поверхности забоя, с последующим плавным уменьшением к основанию зуба.

Напряжения, возникающие на сбегающей гране первого зуба и набегающей второго, как по своим максимальным, так и усредненным показателям, значительно меньше, чем соответствующие значения на набегающей грани первого и сбегающей второго зубьев. При этом общая загруженность первого зуба незначительно выше, чем второго. ●

**Литература:**


1. Сериков Д. Ю., Гаффанов Р. Ф. Анализ напряженного состояния центробежно-объемно-армированного косозубого вооружения при бурении пород средней твердости // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море: науч.-техн. журн. – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ», 2014. – №3. – С. 22.
2. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике / пер. с англ. под ред. Б. Е. Победри. – М.: Мир, 1975.
3. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов / под ред. Б. Е. Поберди. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
4. Сериков Д. Ю., Гаффанов Р. Ф. Сравнительный анализ напряженного состояния симметричных и асимметричных зубьев центробежно-объемно-армированного косозубого вооружения // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2014. – №7. – С. 19.
5. Гаффанов Р. Ф., Щенятский А. В., Сериков Д. Ю. Анализ проблем расчета запорной арматуры с нанесенным на нее коррозионным покрытием // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море: науч.-техн. журн. – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ», 2016. – №7. – С. 23–27.